

## ¿QUÉ LÓGICA NECESITA SABER UN FILÓSOFO?

Enrique Alonso\*

RESUMEN. En este trabajo analizamos el modo en que hemos concebido hasta ahora la docencia en lógica destinada a los estudiantes del grado de filosofía y evaluamos de forma crítica los resultados obtenidos hasta la fecha. Terminamos elaborando una propuesta alternativa que reformula de manera radical nuestros objetivos docentes y disciplinares con el fin de hallar un mejor ajuste del valor de la lógica formal contemporánea en la disciplina de la filosofía.

PALABRAS CLAVE. Lógica para filósofos, docencia de la lógica, filosofía de la lógica, historia de la lógica, metalógica.

## WHAT LOGIC DOES A PHILOSOPHER NEED TO KNOW?

ABSTRACT. In this paper we analyze the way in which we have conceived up to now the teaching in logic for students of the philosophy degrees. We evaluate in a critical way the results obtained to date. We ended up elaborating an alternative proposal that radically reformulates our teaching and disciplinary objectives in order to find a better adjustment of the value of contemporary formal logic in the discipline of philosophy.

KEY WORDS. Logic for philosophers, teaching of logic, philosophy of logic, history of logic, metalogic.

\* Profesor titular en la Universidad Autónoma de Madrid, España. Correo electrónico: enr.alonso@gmail.com

¿QUÉ LÓGICA SE ENSEÑA A LOS FILÓSOFOS? EXPOSICIÓN DEL PROBLEMA

Mi posición a este respecto se basa en un estudio previo del estado actual de la formación básica y especializada en España<sup>1</sup> pero también y de forma innegable, en la experiencia acumulada durante años de docencia en el sistema universitario español. Parte de las posiciones que se van a defender en este trabajo son el resultado de discusiones y debates mantenidos con otros colegas a lo largo del tiempo, pero no tienen por qué representar una opinión compartida<sup>2</sup>.

Algunas de las afirmaciones que se van a hacer a lo largo de estas líneas son necesariamente polémicas y es bueno que así sea. Muchas de las experiencias que se viertan aquí serán compartidas en otras comunidades científicas, pero no en todas, ya que resulta imposible realizar un estudio concienzudo a nivel mundial de las dificultades, de los éxitos y también de los fracasos con los que se ha enfrentado la Lógica en el ámbito de las Humanidades.

Para ello habría que haber recorrido los planes de estudio, manuales, ejercicios y métodos de evaluación de todos los estudios de Filosofía en los que la Lógica formal hubiera encontrado un hueco desde la segunda mitad del siglo xx hasta nuestros días. Y no solo en un ámbito o tradición, sino en todos ellos. Este estudio requería unas energías y dedicación que ningún grupo de investigación puede aportar por separado.

Por eso quiero advertir que lo que viene a continuación es fruto de un contexto muy concreto, el español desde la década de 1980 hasta la fecha, y que no representa, ni tampoco lo pretende, lo que pueda ocurrir en otras tradiciones locales. Hemos intentado exponer nuestro caso, mi interpretación del estado actual de la cuestión y de sus antecedentes locales, para que otras tradiciones se vean o no reflejadas en él, para que sirva como término de comparación y tal vez, para que

---

<sup>1</sup> Las bases documentales se pueden consultar en <http://zeus.llf.uam.es/Universidades>

<sup>2</sup> A este respecto siento especial obligación con María Manzano, Huberto Marraud, María José Frápoli, Juan Barba, Concepción Martínez Vidal, José Miguel Saguillo, Víctor Aranda y muchos otros con los que he compartido inquietudes y he debatido en la misma línea que se presenta en este estudio.

se promueva una reflexión similar a la que aquí vamos a exponer con resultados que en ningún caso tienen por qué ser los mismos. Baste como advertencia y vayamos al asunto.

La justificación de los estudios de lógica en la formación del filósofo suele apoyarse en un argumento que podríamos formular del siguiente modo: la argumentación filosófica requiere de un conocimiento apreciable de la lógica con el fin de evitar usos indebidos del lenguaje, para lograr una máxima claridad en la exposición y manejo de sus conceptos y ello con el fin de ser capaces de establecer conclusiones de una forma que pueda ser perfectamente analizada y criticada si fuera preciso.

Pocos lógicos negarían de entrada esta tesis, aunque estoy igualmente seguro que ninguno de ellos dejaría de aportar sus propios matices y precisiones. Me referiré a esta doctrina como la interpretación argumentativa de la lógica. En la medida en que la filosofía implica una argumentación para el desarrollo y exposición de sus diversas teorías, esta debe apoyarse en algún modelo racional de innegable fortaleza, modelo que nadie mejor que la lógica podría aportar. Esa misma tesis se hace extensiva, en ocasiones, al propio discurso civil haciendo de la lógica un modelo de rigor aplicable a otros ámbitos del discurso humano, especialmente el debate ético, moral y político.

Este planteamiento es el que se desprende de una serie de manuales ampliamente difundidos en el ámbito español e iberoamericano que beben, a su vez, de materiales de gran implantación a nivel internacional. En el caso español e iberoamericano, tengo bien presentes los manuales de Manuel Garrido, Alfredo Deaño y el trabajo de Ferrater y Leblanc, modelos indudables de toda una generación de nuevos manuales desarrollados desde el último cuarto del siglo xx y que llega prácticamente a nuestros días<sup>3</sup>.

Estos trabajos, de valor indudable en un momento histórico ciertamente complejo en el ámbito iberoamericano, parecen recoger, aunque no siempre de forma explícita, la tendencia trazada en el manual de Copi (1954), que sirvió de patrón en muchas facultades y escuelas de Filosofía desde la década de 1960. Como ya he advertido, resulta imposible en la práctica describir la forma en que cada tradición local

<sup>3</sup> Véase, por ejemplo, Garrido (1974, pp.19 y ss), y Deaño (1974, pp.43-45) .

asumió estas posiciones o se enfrentó a ellas optando por una interpretación estrictamente matemática de la lógica formal. Así que deberemos conformarnos con establecer esta divisoria de modo tentativo para abrir un debate que en el fondo es el que queremos promover <sup>4</sup>.

No voy a negar la legitimidad de la interpretación argumentativa de la Lógica, pero sí rechazo, y de forma contundente, que esa lógica a la que se alude en esta interpretación sea la lógica formal desarrollada durante el siglo xx. Ignoro si existe una lógica capaz de suministrar un modelo útil para el discurso filosófico, ignoro asimismo si esa supuesta herramienta podría ser denominada lógica en algún sentido habitual del término, pero sí me comprometo afirmando que esa no es la lógica que solemos encontrar en los manuales de Lógica formal que fijaron el canon durante la primera mitad del siglo xx. Quizá fuera mejor pensar en la teoría de la argumentación para una tarea tal, pero no entraré en ello ahora.

Cuando analizamos la formación que como lógicos en ejercicio ofrecemos a nuestros estudiantes de filosofía lo que encontramos es, sin embargo, un desarrollo fiel a la doctrina descrita, lo que he calificado como la interpretación argumentativa de la lógica. Solemos centrarnos en la exposición detallada del lenguaje de la lógica de primer orden para desarrollar a continuación alguno de sus cálculos, normalmente el de deducción natural, terminando con algunas nociones modelistas<sup>5</sup>.

Una vez satisfecha esta primera etapa, entrenamos a nuestros alumnos en el uso de dicha herramienta enseñándoles a formalizar y analizar la corrección de argumentos agrupados en baterías de ejercicios de complejidad creciente. Por lo general, estos ejercicios suelen tener una solución positiva con el fin de agudizar el ingenio y la práctica en los recursos de los diversos cálculos insistiendo al mismo tiempo, en las formas idóneas de afrontar una correcta traducción desde el lenguaje

---

<sup>4</sup> La situación en España en el curso 2018-19 puede consultarse en el siguiente repositorio: <http://zeus.lllf.uam.es/Universidades>. Este contiene los planes de estudio de materias obligatorias y optativas del área de Lógica de las 20 universidades públicas que imparten grados de Filosofía.

<sup>5</sup> No pretendo entrar ahora en la polémica de la prioridad cálculo-semántica. Mi posición a este respecto es completamente ecléctica. Una excelente discusión de este asunto puede verse en Etchemendy (1999).

ordinario al formalismo elegido. Rara vez se ofrecen ejercicios orientados a refutar la conclusión de un argumento<sup>6</sup> y cuando se hace, la herramienta elegida suele ser de corte semántico<sup>7</sup>.

Esta distribución de las baterías de ejercicios acaban produciendo en nuestros alumnos la impresión de que los cálculos son mecanismos de prueba mientras que la semántica está orientada a la refutación de argumentos. Impresión que, por falsa que resulte desde un punto de vista general, se ha visto claramente reforzada en este planteamiento doctrinal tan común en nuestros cursos<sup>8</sup>.

Salvo contadas excepciones, los casos de análisis de argumentos procedentes del lenguaje ordinario, suelen ser en exceso triviales y a menudo absurdos. No se trata ciertamente, de una burla a nuestros alumnos, pero hay que reconocer que esa es la impresión que muchos de ellos acaban obteniendo y no sin razón. El uso de un lenguaje deliberadamente preformateado está orientado a que identifiquen con claridad la estructura formal que el diseñador del ejercicio pretende obtener como resultado. Una intención sin duda loable, pero que a menudo produce efectos indeseados.

Nuestros alumnos acaban por entender que existe algo así como una estructura inmanente en los enunciados que es la que deben extraer en su análisis para que este puntúe correctamente. Se obvia de esta forma la función crítica que tiene toda traducción desde el lenguaje ordinario a un formalismo dado, ignorando los límites de rigor y el componente interpretativo que cualquier acto de traducción posee. Se reifica, además, el formalismo elegido -la lógica de primer orden por lo general- como herramienta ideal de todo análisis del lenguaje ordinario, sin tener en cuenta que en el fondo se trata de un acto de elección que debe ser justificado y tenido en cuenta.

¿Por qué dejar fuera el comportamiento formal de los operadores modales, las partículas temporales o las deónticas y eso por no hablar

<sup>6</sup> Un ejemplo destacado de esto último puede encontrarse en el clásico de I. Copi, Copi (1954).

<sup>7</sup> Muchos autores adoptan esta posición al exponer, por ejemplo, el cálculo de tablas analíticas, -Garrido (1974)-al que deliberadamente denominan semánticas. Esa no es mi posición, pero no hablaré de ello ahora.

<sup>8</sup> A este respecto véase Garrido (1974, Cap. VI) y sobre todo Kahane (Cap. III, secc.1)

de orden superior? ¿No son acaso ubicuas en el discurso filosófico, por no decir el civil? ¿Cuentan tales dimensiones del discurso como ejemplos de la falta de rigor de la argumentación filosófica, o solo como una limitación transitoria del análisis formal?

Cuando el alumno por fin alcanza una cierta pericia en el dominio de las instrucciones que cada docente considera idóneas, debería enfrentarse, parece lo razonable, al estudio de casos reales extraídos de la tradición filosófica, algo que rara vez se produce. Y esto es así, porque en realidad no puede ser de otro modo. Para que herramientas tan elementales como las que ofrece la lógica de primer orden pudieran ser empleadas con algún rendimiento en el análisis del discurso filosófico tendríamos que disponer de casos de estudio debidamente preformateados, y no es el caso. Aún así, lo que veríamos entonces son todas las limitaciones que el análisis formal posee.

Existen, es cierto, algunos ejemplos de argumentos en los que quizá el análisis formal fuera relevante. Pienso principalmente en debates filosóficos que por sí mismos han llegado a disponer de ciertas formulaciones canónicas, como por ejemplo el argumento ontológico en sus diversas variantes, paradojas formales y semánticas, problemas de elección racional, argumentos tipo sorites o paradojas morales, entre otros. Estos casos sí permiten un cierto tipo de análisis formal tal y como se evidencia en la tradición analítica, pero por desgracia suelen requerir un instrumental mucho más rico y convenientista que el que la lógica de primer orden puede aportar. Su tratamiento, sin embargo, permitiría que nuestros estudiantes apreciaran por sí mismos el valor o la eficacia del uso de recursos formales en el tratamiento de la filosofía, algo que, desde los planteamientos mayoritariamente aceptados, queda fuera de toda posibilidad.

Otro de los rasgos de este modelo disciplinar, que en otro lugar he descrito como lógica para filósofos, Alonso y Aranda (2019), es la marginación casi absoluta del estudio de las propiedades generales de los formalismos presentados, es decir, lo que tradicionalmente se ha conocido como metalógica.

Este rubro, originalmente introducido para motivar un cierto tipo de estudio de las propiedades de los sistemas formales, Klenee (1952), fue empleado de forma más que conveniente, para considerar sus conteni-

dos como una disciplina independiente de la propia lógica. Que quede claro ya desde este momento que desde mi punto de vista son esos contenidos lo que constituyen el núcleo de la lógica formal contemporánea y no otra cosa.

Esta manifiesta marginación responde a dos causas. Por un lado se considera que sin un conocimiento exhaustivo de aquello en que consiste un formalismo, poco se puede decir de sus propiedades generales, incurriendo así en lo que más adelante calificaré como la paradoja de los preliminares. Por otro, y más importante, un estudio aunque somero de los principales resultados metateóricos de la lógica contemporánea podría poner en cuestión algunos de los presupuestos centrales de la interpretación argumentativa de la lógica.

¿Qué razón habríamos de tener para analizar argumentos cuya corrección no podemos probar de forma general? ¿Qué incentivo se puede encontrar cuando además sabemos que cualquier aumento en los recursos de nuestro lenguaje solo empeora el rendimiento del análisis formal?

Muchos colegas con los que he tenido la oportunidad de debatir estos asuntos se amparan en la capacidad de la lógica para aportar a nuestros estudiantes una mayor sensibilidad ante valores como la claridad, la corrección argumental y la evaluación crítica de los procesos argumentativos. Se trata, sin duda, de fines muy loables, pero muy lejos de las intenciones que la lógica, en su interpretación argumentativa, se fijó en un principio. Admitir que ese y no otro era el objetivo de nuestros esfuerzos equivale en la práctica al reconocimiento de un fracaso: el fracaso de la lógica formal como herramienta para la formación del filósofo.

#### LA PARADOJA DE LOS PRELIMINARES

Admitir que la lógica formal no es la herramienta que los filósofos necesitan para entrenar y depurar sus habilidades argumentativas no es fácil y tampoco se trata de algo en torno a lo cual exista, a fecha de hoy, un acuerdo suficiente. Puede resultar a juicio de muchos una afirmación gruesa y quizá un tanto provocativa, pero reposa en realidad en algo tan

simple y tangible como la evidencia que aporta la historia de nuestra disciplina. Porque basta solo con recordar que la lógica formal del siglo xx no se configura con el fin de dotar a la filosofía de herramientas conceptuales apropiadas, como sí lo hizo de lógica aristotélica desde sus orígenes, sino como un programa vasto y ambicioso de fundamentación del conocimiento matemático de la época.

Sus limitaciones expresivas en orden a estudiar el discurso filosófico son la causa de su riqueza y eficacia a la hora de capturar los recursos propios del razonamiento matemático. Lo que en un caso supone un serio desdoro es en el otro una virtud innegable. El error pues, no está en la lógica formal contemporánea, sino en el intento de ver en ella una renovación y actualización a los nuevos recursos disponibles de los fines tradicionales de la lógica escolástica. Ese es el error que explica de forma simple y sucinta la historia de nuestro fracaso curricular en el ámbito de la filosofía.

Para algunos la solución ha consistido en buscar en el terreno de la teoría de la argumentación una herramienta mucho más flexible y apropiada a los objetivos formativos de la filosofía académica. Sin duda se trata de una solución a la difícil ecuación a la que nos enfrentamos, pero no es la única.

La historia de la lógica contemporánea es, también en sí misma, la historia de un fracaso: la posibilidad de una fundamentación última e ideal del conocimiento matemático. A través de largos años de esfuerzos, la lógica sometió a la razón ilustrada a una crítica implacable convirtiéndose en una potente teoría de la medida y alejándose progresivamente del canon en que algunos quisieron convertirla. He dicho medida y lo hago en referencia a su capacidad para evaluar con total precisión el equilibrio entre la capacidad expresiva de un lenguaje y su potencia computacional, es decir, su capacidad para identificar las expresiones que constituyen las verdades de una teoría.

Esta concepción se sustancia en los grandes teoremas que, como ya dije, configuran la principal aportación de la lógica contemporánea. Son resultados cuyo nombre todos conocemos, pero que quedan muy al margen de aquello que consideramos propio del interés del filósofo. El teorema de completud de la lógica de primer orden, los teoremas de Löwenheim-Skolem, el tratamiento de la categoricidad de una teoría,

los resultados de incompletud de Gödel, la solución negativa del Entscheidungsproblem, el análisis de la recursión y la impredicatividad, la diagonalización y sus aplicaciones, el axioma de elección y la hipótesis del continuo, el enigmático teorema de Lindström son sin duda resultados que cuentan entre las aportaciones más sobresalientes del pensamiento formal de todos los tiempos.

Sabemos y reconocemos que todos estos resultados contienen interesantes consecuencias para la filosofía, hemos leído obras y asistido a debates que así lo atestiguan, pero todo ello no parece bastar para tomarlos como el principal objetivo de nuestra docencia. Y sin duda que existen dificultades evidentes para hacerlo así, pero ¿son tantas en realidad?

La principal objeción para centrar nuestros temarios en este tipo de resultados tienen que ver con la paradoja de los preliminares, tal y como se indica en el título de este apartado. Para poder alcanzar el tratamiento de teoremas como los que mencioné líneas atrás es preciso un sólido conocimiento de los lenguajes de la lógica elemental, así como de sus cálculos e interpretaciones. La mera exposición de estos recursos suele ocupar todo el tiempo concedido a los filósofos en formación para el conocimiento de la lógica, por lo que su tratamiento queda sistemáticamente fuera de nuestras posibilidades como docentes<sup>9</sup>.

Y esta y no otra es la paradoja de los preliminares: para alcanzar la exposición de aquello que nos debería ocupar, necesitamos invertir todo el tiempo disponible en el desarrollo de unos preliminares que agotan por completo el espacio dedicado a la lógica en los planes de estudio. Si se tiene en cuenta además, que esos preliminares suelen ser complejos y en muchos casos tediosos, lo único que conseguimos es, una vez más, defraudar a nuestros estudiantes dejando fuera aquellos contenidos para los que supuestamente se estaban preparando con afán y cuyos rendimientos podrían por fin disfrutar llegado el momento. Pero ese momento nunca llega.

---

<sup>9</sup> De nuevo será útil consultar el repositorio <http://zeus.lllf.uam.es/Universidades> y analizar los manuales empleados en la bibliografía básica analizando sus contenidos. Muy pocos de ellos dedican algún espacio a los teoremas y resultados a los que ahora hago referencia.

Admito que la cuestión no es fácil y tampoco menor. Prescindir de una exposición detallada de todo lo que rodea, por ejemplo, a la lógica de primer orden y pretender abordar el análisis de sus propiedades fundamentales así como sus consecuencias, parece descabellado. Pero es así como la paradoja de los preliminares se nos presenta para devolvernos a la casilla de salida una vez más y a un planteamiento de la docencia de la lógica en el que permanecemos a costa de nuestra pericia y un más que notable esfuerzo personal<sup>10</sup>.

Decir que hay soluciones para una situación tan compleja no pasa, en el mejor de los casos, de una mera declaración de intenciones, pero es el asunto que nos toca abordar en este momento y forma parte de nuestra responsabilidad el tratarlo con la máxima atención y rigor. ¿Existen ejemplos que nos permitan intuir alguna solución efectiva a la paradoja que venimos comentando? No hace falta ir muy lejos para poder identificar al menos dos ejemplos fructíferos.

Los departamentos en los que se ubica la formación en lógica dentro de las facultades de filosofía suelen albergar también aquellos estudios relacionados con la ciencia moderna y contemporánea, en concreto la historia de la ciencia y la filosofía de la ciencia. Se trata de disciplinas bien asentadas que han sido capaces de insertarse de forma natural en la formación del filósofo salvando, como parece más que evidente, los devastadores efectos de la paradoja de los preliminares.

¿Acaso debe un estudiante de algunas de estas materias disponer de conocimientos relevantes de física teórica, matemáticas o biología, por poner solo unos ejemplos, antes de enfrentarse a sus contenidos? Nuestros colegas han encontrado la forma de obviar esas limitaciones consiguiendo unos resultados apreciables y un interés nada desdeñable entre nuestros estudiantes, ¿cómo lo han logrado?

Yo mismo, como docente ocasional de una materia de Historia de la Ciencia contemporánea, me he visto ante la oportunidad de traer al dominio de la filosofía contenidos relativamente complejos de la ciencia contemporánea en un nivel puramente discursivo, obviando un formalismo

---

<sup>10</sup> Véase el recorrido de los contenidos que se ha extraído del caso español, no único, pero significativo, en el Anexo que puede encontrarse en <http://zeus.lilf.uam.es/Universidades/Anexo.pdf>.

matemático y unas bases científicas que no constituyen el objetivo de tales programas. Y el resultado es bueno en general. ¿Debemos seguir el mismo ejemplo en el caso de la lógica, es siquiera posible adoptarlo como patrón?

Creo que el parangón es interesante, pero no debemos tomarlo como única referencia. Lo que sí es valioso de su ejemplo es una más que precisa evaluación de los conocimientos básicos que se requieren de una materia científica para encauzarla en el desarrollo que a la filosofía le interesa. Traducido a nuestro problema concreto, ¿qué conocimiento formal es realmente necesario para abordar con ventaja el tratamiento de algunos de los resultados que enumeré líneas atrás? Lo que se esconde tras esta pregunta es una propuesta de cierto calado.

Quizá deberíamos postergar la exposición detallada de los formalismos de la lógica reduciéndolos a un mínimo imprescindible que sería requerido o ampliado durante el tratamiento de cada resultado particular. La cantidad de lógica de primer orden que se precisa para abordar la exposición de los teoremas de Gödel es ciertamente exigua: una descripción somera del lenguaje y una idea elemental del modus operandi de un sistema axiomático. No se requiere formación previa en teoría de la recursión, salvo aquella que debamos emplear en momentos puntuales. Y no es preciso tampoco un conocimiento fundado de teoría de modelos. Los ejemplos podrían seguir, pero creo que con esto basta por el momento.

Si no hemos adoptado este punto de vista con anterioridad es, simplemente, porque nuestro fin último era la exposición detallada de la lógica elemental contemporánea, primer orden, y no de aquellos resultados que se ligaban a su existencia. Sugiero invertir el modo tradicional de abordar el asunto posponiendo al nivel de la formación especializada la adquisición de los rudimentos de la lógica elemental y ubicando en la etapa introductoria las consecuencias que la lógica tuvo para el conocimiento matemático y formal durante el siglo XX. Esta propuesta se basaría en el principio del mínimo contexto necesario, entendiendo por tal, aquellos recursos que serían imprescindibles para abordar cada resultado eliminado todo requisito preliminar que pueda ser obviado sin comprometer la correcta comprensión del problema. Si somos capaces de exponer algunas de las consecuencias más relevantes de la mecánica cuántica, la relatividad o la cosmología contemporáneas

sin suponer base científica alguna, no veo por qué no podemos intentarlo con la lógica, teniendo en cuenta además que, a diferencia de lo que sucede en los ejemplos anteriores, el estudiante sí puede recibir a posteriori una formación especializada y exhaustiva, si así lo deseara.

#### UNA PROPUESTA DE DISEÑO CURRICULAR

Nos enfrentamos a un problema realmente vasto y complejo, conviene no olvidarlo. Se trata de someter a debate una larga tradición en la forma de entender la función de la lógica en la formación filosófica proponiendo una alternativa que aún no ha sido instanciada, salvo quizá de forma parcial<sup>11</sup>. Intentamos ver de qué manera podemos anteponer las consecuencias de la investigación formal del siglo xx y sus repercusiones filosóficas a la adquisición de los rudimentos de la lógica posponiendo estos contenidos a una etapa avanzada.

El problema tiene de dos dimensiones para ninguna de las cuales tenemos una solución adecuada. La primera tiene que ver con el tiempo disponible para afrontar una docencia fiel al nuevo planteamiento dentro de la formación obligatoria de grado. La segunda, infinitamente más compleja, tiene que ver con el aprovechamiento filosófico de los resultados que en cada caso se van a exponer. Existe una cierta literatura al respecto concentrada principalmente en torno a las aportaciones de Gödel y Turing, pero la sensación es que nunca hemos acabado de tomarnos en serio el debate filosófico que subyace a la lógica. Me temo que para ello se requerirá tiempo y seguramente el repaso y por qué no, el rescate de trabajos que ahora yacen en las estanterías de los sótanos de nuestras bibliotecas.

Empecemos por el principio, concibo esta propuesta dentro de un marco temporal dividido en dos semestres. Cada asignatura impartida

---

<sup>11</sup> Hace cerca de 10 años que imparto una Lógica formal en el 6 semestre de un total de 8 en el grado de filosofía. Mi planteamiento difiere sustancialmente del tradicional aproximándose a algunas de las propuestas que haremos más adelante. El programa concreto puede consultarse en [https://secretaria-virtual.uam.es/doa/consultaPublica/look\[conpub\]MostrarPubGuiaDocAs](https://secretaria-virtual.uam.es/doa/consultaPublica/look[conpub]MostrarPubGuiaDocAs).

en ese periodo dispondría de tres a cuatro horas de docencia efectiva en aula por semana, parte de las cuales podrían estar dedicadas a tareas de tipo práctico. Se trataría en cualquier caso de materias de carácter obligatorio, al margen, por tanto, de la formación especializada que pudiera ofrecerse en etapas superiores, tanto de grado como de posgrado.

Un estudio pormenorizado de la situación de los estudios de lógica en España lleva a la conclusión de que incluso este escenario es optimista, pero resulta difícil tomar como punto de partida un único semestre<sup>12</sup>. Uno de los principios de esta propuesta consiste en no aprovechar la existencia de dos semestres para ubicar en el primero todos los preliminares considerados necesarios para la docencia llevada a cabo en el segundo. Este modelo reproduciría sin duda algunos de los vicios y dificultades que ya se han comentado líneas atrás.

En lo que sigue vamos a presentar un diseño curricular basado en dos semestres que pretendemos que sirva de base a otras alternativas igualmente viables. Se trata de una solución conservadora consistente en diseñar un primer semestre orientado a presentar el lenguaje de la lógica de primer orden junto con una somera introducción a la teoría elemental de modelos para pasar a continuación a discutir el problema de la decisión a raíz de la discusión de alguno de sus cálculos.

El esquema del curso sería el siguiente:

*1er Semestre:*

- i. Presentación del lenguaje de la Lógica de Primer orden
- ii. Introducción a la Teoría elemental de modelos
- iii. Discusión del problema de la decisión

*2º Semestre:*

- i. Discusión del problema de la completitud
- ii. Diagonalización
- iii Solución negativa del problema de la decisión
- iv. Teoremas de Löweheim-Skolem
- v. Introducción a los teoremas de limitación de Gödel.

Obsérvese que ya en el primer semestre violaríamos una de las conven-

---

<sup>12</sup> Un estudio exhaustivo del mapa curricular de la lógica en España puede verse en Alonso (2019)

ciones no escritas, pero ampliamente respetada, consistente en introducir primero el nivel sentencial para luego ir añadiendo los recursos propios de la Lógica de Primer Orden; típicamente el fragmento monádico para luego alcanzar el nivel relacional sin restricciones.

Esta interpretación, que es la que evitamos aquí, muestra la Lógica de Primer Orden, LPO en lo que sigue, como una extensión de la lógica sentencial, algo que tanto históricamente como conceptualmente resulta discutible. No obstante, no entraremos en este debate ahora. La presentación del lenguaje de LPO servirá para motivar el ideal fregeano destinado a formalizar el lenguaje de la matemática decimonónica apartando así nuestra atención del lenguaje ordinario. Se introducirá igualmente la conexión con el proyecto leibniziano de una característica universalis aprovechando la mención expresa que se puede encontrar en el Prólogo de la Conceptografía.

La presentación de la Teoría de Modelos no pretendería ir más allá de la misma noción de modelo de primer orden para plantear el problema de hasta qué punto la LPO es capaz de caracterizar teorías. Ello exige, sin entrar en detalle, una formulación de la noción de isomorfía entre estructuras y de la completitud de una teoría interpretada.

El tercer punto invierte la importancia de los conceptos adoptados en el modelo estándar de análisis de un sistema formal. En este caso hemos optado por atacar primero el problema de la decisión siguiendo una interpretación más ceñida al desarrollo histórico de la disciplina que a su reconstrucción contemporánea. Es un hecho que la tarea de decidir si una fórmula pertenece o no a una teoría fue el objetivo central de los primeros años del desarrollo de la lógica formal tal y como se evidencia en la primera edición de los *Grundzüge der theoretischen Logik* de 1928 de Hilbert y Ackermann, justo antes de que llegaran los grandes resultados de limitación de la Lógica contemporánea. Para ello se desarrollará un cálculo, preferentemente el de deducción natural, insistiendo en el concepto abstracto de prueba y no, como viene siendo habitual, en la resolución efectiva de ejercicios. Se intentará con ello visualizar el proyecto ilustrado de resolver las disputas mediante el cálculo tal y como lo expone Leibniz, por ejemplo, en *Die philosophischen Schriften* VII 125.

Este primer semestre reforzaría las expectativas de éxito en la fundamentación del conocimiento formal describiendo someramente los problemas generados por el programa hilbertiano y todo ello en conexión con la tradición racionalista leibniziana y el programa de la Ilustración.

El segundo semestre, por contra, estaría orientado a discutir la frustración de dichas expectativas. Empezaríamos, de forma paradójica si se quiere, por la prueba de completitud de la LPO, que muy bien podría ser considerada como un resultado positivo, pero que analizaremos desde el interior de su demostración insistiendo los aspectos no constructivos de la misma. Aquí habremos de cometer, me temo que de forma necesaria, un cierto anacronismo, pues la prueba a desarrollar no será la original de Gödel de 1930, sino la de Henkin, mucho más asequible que la original.

No obstante, traeremos a colación algunos de los comentarios que Gödel mismo hiciera a propósito de la interpretación no constructiva de su propia prueba. Como él mismo afirma, una interpretación puramente constructiva de la afirmación “para toda fórmula ocurre que esta es o bien demostrable en el cálculo, o bien es refutable<sup>13</sup>” resultaría en la presunción de que todo problema matemático expresable en la Lógica de los *Principia* sería soluble, lo que ya en ese momento empezaba a resultar sospechoso. Aprovecharemos para indagar en el espinoso asunto de si hay problemas insolubles y en qué consisten, algo que ya en sí mismo desafiaría la confianza de Hilbert en la inexistencia de insolubilia, tesis defendida públicamente en su contribución al Congreso de matemáticas de Paris en 1900.

Creemos conveniente introducir en este punto una somera exposición de la técnica de diagonalización empleada por Cantor en 1891 para establecer la inconmensurabilidad de los reales y los naturales y lo aplicaremos también a describir el cardinal del conjunto potencia de uno dado. La intención es presentar esta técnica, la diagonalización, como el auténtico caballo de Troya del sueño ilustrado. Algo

---

<sup>13</sup> En el sentido de que existe una realización -modelo – que la hace falsa. Vease en este sentido la Introducción a Gödel (1929) donde el autor plantea tímidamente y de forma polémica la posibilidad de que existan problemas insolubles.

que quedará de sobra confirmado cuando empleemos este recurso en las partes restantes del curso. La idea de fondo es mostrar de qué manera la matemática, es decir, la más exacta de las ciencias, confronta nociones y aspiraciones legítimas de la razón humana que no parecen encajar del modo adecuado. Eventualmente y dependiendo del desarrollo real del curso, podríamos mencionar la paradoja de Cantor y formular, aunque solo sea eso, la Hipótesis del Continuo.

Este será el momento idóneo para analizar en profundidad la solución negativa al problema de la decisión analizando con cierto detalle el ataque ofrecido por Turing en "On computable numbers with an application to the Entscheidungsproblem". Se analizará el concepto de máquina de Turing con especial insistencia en las máquinas universales. La demostración del problema de parada servirá para discutir la interpretación contemporánea de la noción de tarea efectiva mostrando las limitaciones inherentes al concepto.

La solución negativa al problema de la decisión vendrá entonces de la mano de un hecho poco tratado en cursos elementales como es la capacidad de la LPO para expresar el formalismo de las máquinas de Turing. Si hay alguna base para discutir que la LPO no es el resultado de una serie de convenciones más o menos justificadas sin duda es esta. Se planteará el problema relativo al estatus ontológico de la Lógica oponiendo las tesis realistas sostenidas por Frege y parcialmente por Gödel a las posiciones convencionalistas, intentado así abrir la discusión sobre la naturaleza de la Lógica.

Aprovecharemos también para desvelar el arcano por el cual el fragmento monádico de la LPO sí resulta decidible cuando la mera incorporación de relaciones de ariedad 2 hace que se pierda esa notable propiedad. Romperemos así con el sobreentendido que lleva a afirmar que la indecidibilidad es una consecuencia de incorporar cuantores sobre dominios de cardinal enumerable, algo que literalmente es falso.

Los teoremas de Löwenheim-Skolem se presentarán, quizá en ausencia de una prueba detallada, como una forma de poner en valor el problema de capacidad expresiva de un lenguaje formal a la hora de caracterizar teorías, entendiendo por tal, su habilidad para alcanzar o no la isomorfía. Entraremos en el espinoso asunto de la categoricidad, pero sin mayor detalle. Las limitaciones de la LPO serán discutidas

como recurso idóneo para la expresión formal de teorías del tipo más diverso, aludiendo quizá al ímpetu del Círculo de Viena y a sus pretensiones formales.

La parte final del curso estará dedicado, como no, al caso de la Aritmética de Primer Orden, PA<sup>14</sup>, y su tratamiento en Gödel (1931). Se trata de analizar un caso real y crítico de fundamentación de una teoría, la Aritmética elemental, que había quedado señalada como principal campo de batalla por el programa formalista de Hilbert. Insistiremos de forma muy destacada en el problema de la autorreferencia como un elemento asociado a la capacidad expresiva de un lenguaje. Estudiaremos en detalle la numeración de Gödel y la definición de los predicados y relaciones dotadas de contenido metateórico como predicados y relaciones recursivos primitivos en el lenguaje de la propia PA. La demostración de la existencia de proposiciones formalmente indemostrables se hará con cierto detalle, pero aprovechando el planteamiento de Hilbert-Bernays<sup>15</sup>, mucho más asequible en este nivel de discusión. Este momento será el idóneo para jugar con las interpretaciones mentalistas de Lucas y Penrose<sup>16</sup> de estos resultados aprovechando para poner en su correcta perspectiva los malentendidos al respecto.

El análisis de la incompletitud esencial de PA junto con la imposibilidad de demostrar constructivamente la consistencia de PA servirá como colofón perfecto para un curso orientado en definitiva, a analizar la crisis de la razón ilustrada a manos de la Lógica formal del siglo xx.

## CONCLUSIÓN

Como se puede ver esta propuesta, así como otras combinaciones similares que pudieran implementarse, ha respetado, al menos de forma parcial, el principio de no centrar ningún semestre en la presentación de los preliminares del que ha de constituir la verdadera aportación de esta materia al currículum del filósofo. Desde el

---

<sup>14</sup> Peano Arithmetica.

<sup>15</sup> Véase Smith (2007)

<sup>16</sup> Véase Lucas (1961) y Penrose (1989)

primer momento se ha intentado vincular la exposición de resultados concretos y relevantes a problemas de amplio calado, tanto en la tradición, como en el momento presente. Resulta evidente que esta propuesta es un mero ejemplo de lo que podría llegarse a intentar bajo esta nueva perspectiva metodológica. Hay muchas otras narraciones que pueden articular el tiempo de docencia, otros fines e intereses, sin descartar nada.

Una crítica evidente que no quiero soslayar es el considerable aumento de la complejidad de esta materia en comparación con su predecesora. Por si no había quedado claro al principio, mi objetivo no era fabricar una asignatura más fácil para nuestros alumnos de filosofía, sino una más pertinente. Y en ese sentido creo que cualquiera de estas propuestas o las que pudieran surgir en lo sucesivo, se ajustan mejor a ese objetivo que lo que hemos venido haciendo hasta ahora.

Uno de los problemas evidentes que surgen de esta propuesta es su adecuada ubicación dentro del plan de estudios. Al haber abandonado, como resulta obvio en este trabajo, una perspectiva instrumental basada en la interpretación argumentativa de la lógica, los semestres descritos no tienen por qué ubicarse en los primeros cursos del currículum de filosofía.

De hecho, y dada su conexión con la filosofía contemporánea, lo más conveniente es sin duda retrasar su impartición a aquel momento en que los estudiantes han tenido un suficiente contacto con la filosofía contemporánea y no antes. Una derivada de este planteamiento es que ciertas materias que tradicionalmente se han apoyado en cierto conocimiento formal, pienso de forma destacada en Filosofía de la Ciencia y Filosofía del Lenguaje, pueden encontrar alguna dificultad para abordar ciertos tópicos tradicionales.

Pero lo cierto es que la cantidad de lógica que se exige en sus programaciones es mínima, al punto de bastar con una o dos clases de apoyo en momentos puntuales, algo que hemos venido ensayando con un resultado más que aceptable. Esta, por tanto, no debería bastar como una objeción relevante a nuestra propuesta.

Un aspecto algo más polémico es la completa marginación de los contenidos de las denominadas lógicas no-clásicas en este diseño. Pero recuérdese que la intención no era suplantarse el canon existente por

una propuesta alternativa, sino introducirlo desde su relevancia para filosofía. En este sentido hay que admitir que el modelo podría considerarse conservador en exceso propiciando, tal vez, una focalización excesiva en el caso de la lógica de primer orden. Creo que bastarían menciones reiteradas a las elecciones que en cada caso adopta la lógica de primer orden para salvar esta dificultad, al tiempo que se fomenta la curiosidad ante perspectivas alternativas que quedarían pospuestas hasta la formación especializada.

La segunda cuestión que indiqué líneas atrás y que merece algún comentario aquí, tiene que ver con un desarrollo suficientemente adecuado de las consecuencias filosóficas que los resultados de la lógica formal han puesto encima de la mesa a lo largo del siglo xx. Creo que algunos de los debates ilustrados en la propuesta anterior aclaran la forma y el contenido de lo que podría hacerse a este respecto, pero no me parece suficiente ni de lejos.

El aprovechamiento de los resultados de Turing o Gödel para el debate filosófico no es nuevo ni desconocido, pero existe mucho otro material que no ha sido explotado o que ni tan siquiera ha recibido una atención oportuna. El problema trasciende, por desgracia, el ámbito de este trabajo, pero queda pendiente para una elaboración posterior. Mucho me temo que no se trata de descubrir nada nuevo, como ya dije antes, soy consciente de la existencia de un gran número de trabajos que desde hace largo tiempo han puesto su atención en extraer las muchas conclusiones que el desarrollo de la lógica formal ha tenido para la filosofía. No se trata, pues, de repetir lo que ya está hecho. Lo que aún no parece haberse logrado es una articulación coherente de toda esa producción, una tarea consecuente y sistemática de traducción del conocimiento formal al ámbito de la filosofía contemporánea de tal forma que permita una fácil incorporación de estos contenidos en el proceso formativo del filósofo.

Ignoro si aún estamos a tiempo de abordar un programa tan ambicioso que implica una reformulación tan profunda del currículum del área de lógica y que aún pretende ir más allá al plantearse un programa de traducción de la ciencia de la lógica al ámbito de la filosofía. Programa, que no lo niego, retoma el espíritu, si no la letra, de tantos intentos precedentes de dotar a la filosofía de las herramientas que la ciencia adoptó tanto tiempo atrás.

No se trata de denostar aquellas formas de filosofía puramente discursivas, nada de eso está en mi ánimo, sino tal vez de mostrar que sí existe una oportunidad de sacar rendimiento de aquello que las ciencias, en concreto las formales, nos han enseñado en relación a la capacidad de la mente humana para construir lenguajes y herramientas para la expresión de nuestras teorías. Si aún estamos a tiempo, cosa que no debe darse por sentada, lo veremos en los próximos años. Debo admitir, para finalizar, que este planteamiento sitúa a la Lógica contemporánea muy cerca de las aportaciones que otras disciplinas como la teoría de la Relatividad o la Mecánica cuántica han hecho a la comprensión filosófica del mundo presente.

Creo no obstante que la Lógica, en la medida en que analiza la capacidad de nuestros lenguajes formales para describir el mundo en sus formas más abstractas conserva una esencia filosófica en cierto modo privilegiada. Si este es un debate que debamos o no abrir ahora, lo ignoro. Baste pues con lo dicho.

#### BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

- ALONSO, E. (2019). Lógica y teoría de la argumentación. Anatomía de una reforma. En *Quadripartita Ratio (En prensa)*. Versión preliminar en [http://zeus.llf.uam.es/Drafts/Conflicto\\_draft.pdf](http://zeus.llf.uam.es/Drafts/Conflicto_draft.pdf)
- ALONSO, E. Y ARANDA, V. (2019). La lógica contemporánea en sus manuales. 1940-1980. En *Éndoxa (en prensa)*. Versión preliminar en [http://zeus.llf.uam.es/Drafts/Manuales\\_draft.pdf](http://zeus.llf.uam.es/Drafts/Manuales_draft.pdf)
- COPI, I. (1954). *Symbolic Logic*. Nueva York: MacMillan Publishing.
- DEAÑO, A. (1974). *Introducción a la lógica formal*. Madrid: Alianza Editorial.
- ETCHEMENDY, J. (1999). *The concept of Logical Consequence*. Standford: CSLI publications. The Davis Hume Series.
- GARRIDO, M. (1974). *Lógica simbólica*. Madrid: Tecnos.
- GÖDEL, K. (1986). On the completeness of the calculus of logic. En S. Feferman et. al. eds. *Kurt Gödel. Collected Works*. Vol.I. Nueva York: Oxford University Press.

- GÖDEL, K. (1986). On formally undecidable propositions of Principia mathematica and related systems I. En S. Feferman et. al. eds. *Kurt Gödel. Collected Works*. Vol.I. Nueva York: Oxford University Press.
- HILBERT, D. & ACKERMANN, W. (1928). *Grundzüge der Theoretischen Logik*. Berlin: Julius Springer.
- KAHANE, H. (1969). *Logic and Philosophy*. Belmont, California: Wadsworth Publishing Company.
- KLEENE, S. (1952). *Introduction to metamathematics*. Amsterdam, Holland: North Holland Publishing.
- LUCAS, J.R. (1961). Minds, Machines and Gödel. En *Philosophy* Núm. 36. pp.120-124.
- LUCAS, J.R. (1970). *The Freedom of the Will*. Nueva York: Oxford Univ. Press.
- PENROSE, R. (1989). *La Nueva Mente del Emperador*. Madrid: Mondadori.
- PENROSE, R. (1994). *Shadows of the Mind*. Nueva York: Oxford Univ. Press.
- SMITH, P. (2007). *An introduction to Gödel's incompleteness theorems*. Cambridge: Cambridge University Press.
- WEBB, J. (1980). *Mechanism, Mentalism and Metamathematics: An Essay on Finitism*. Dordrecht and Boston, USA: Synthese Library.

Fecha de recepción: 24 de abril de 2019  
Fecha de aceptación: 26 de junio de 2019